

銀河系中心ブラックホール による相対論検証

東京工業大学 成子 篤 (学振PD)

目次

1. 相対論の検証、その動機は？
2. パルサーを用いた重力理論の検証
“TOA 公式” と “BHの多極モーメント”
3. BH の多極モーメントの関係式 in 修正重力理論
4. まとめ

相対論の検証

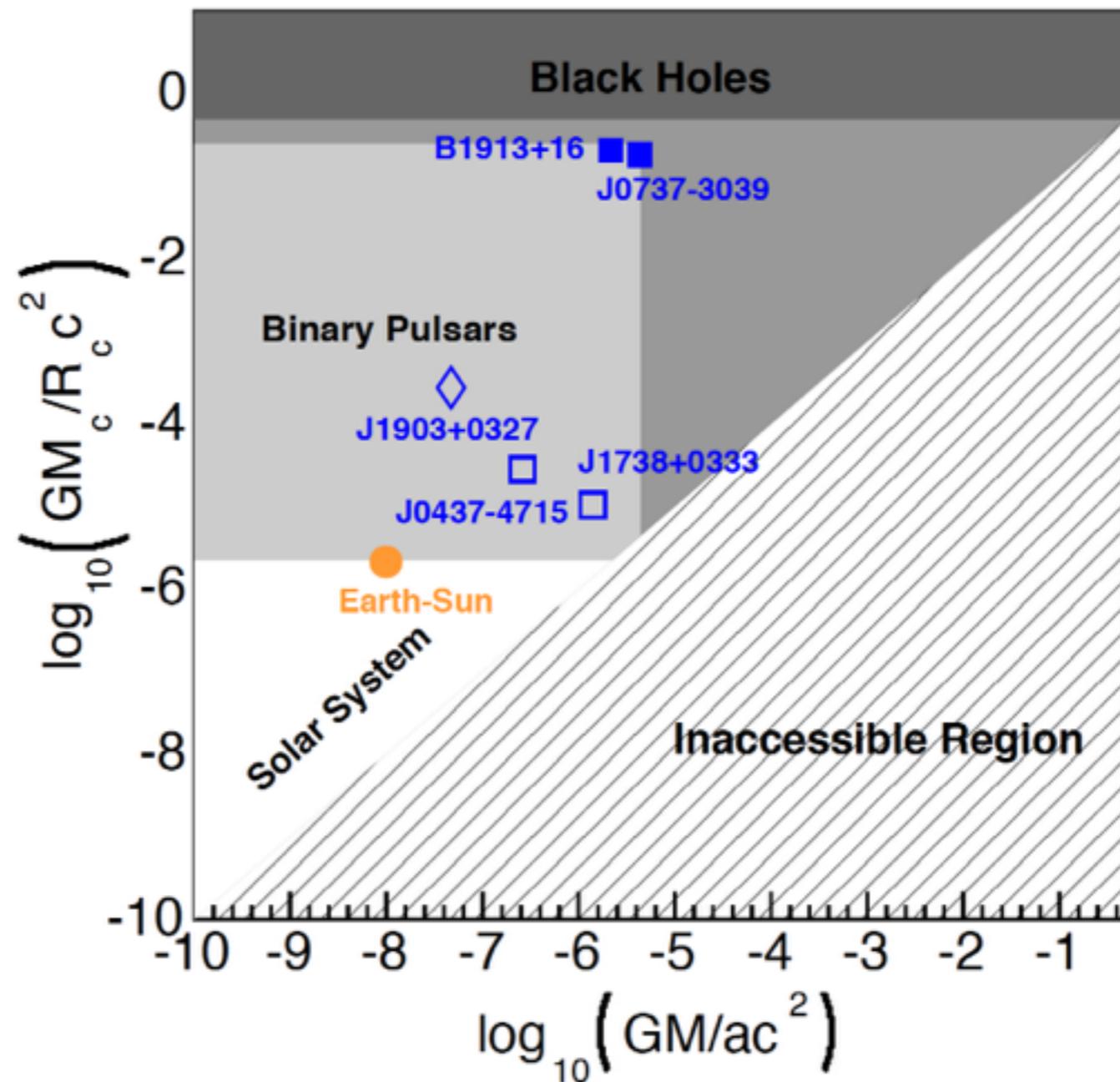
一般相対論の検証

- ❖ 弱い重力場での検証
 - ✓ ニュートン重力の再現 (太陽系、ねじれ振り子)
 - ✓ ニュートン + 一般相対論の再現 (水星の近日点移動)
- ❖ 強い重力場での検証 (⚠️ 弱い重力場の検証とは全く独立 ⚠️)
 - ✓ binary pulsar の軌道周期の変化 (重力波放出を通じた)
 - ✓ BH-pulsar binary からのパルス波 (BH 時空の検証)
- ❖ 重力波を用いた検証

重力場の強さ

軌道のコンパクトさ

$M_{\text{伴星}}/R_{\text{伴星}}$



重力ポテンシャル : $\Phi = M_{\text{主星}}/r_{\text{orbit}}$

一般相対論の検証

- ❖ 弱い重力場での検証
 - ✓ ニュートン重力の再現 (太陽系、ねじれ振り子)
 - ✓ ニュートン + 一般相対論の再現 (水星の近日点移動)
- ❖ 強い重力場での検証 (⚠ 弱い重力場の検証とは全く独立 ⚠)
 - ✓ binary pulsar の軌道周期の変化 (重力波放出を通じた)
 - ✓ BH-pulsar binary からのパルス波 (BH 時空の検証)
- ❖ 重力波を用いた検証

一般相対論をこえる？

❖ Ia型超新星、CMB 等 → “暗黒エネルギー” の存在

❖ 暗黒エネルギー → 未知の物質、エネルギー？

重力法則の変更??

$$G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + \mathbf{a} \quad \leftarrow \text{右辺か左辺かどちらかを変更}$$

❖ 重力法則がどうなっているか？

(学術的興味？ スピン2の場の動力学)

様々な重力理論

- ❖ アインシュタインの重力理論

- 1, 計量 ($g_{\mu\nu}$) のみで記述される。(共変的な理論)

- 2, 二階微分方程式に従う。

→ 1 と 2 を要求すると、一意に決まる。

- ❖ 時空が動的、重力波 (時空のさざなみ) を予想。

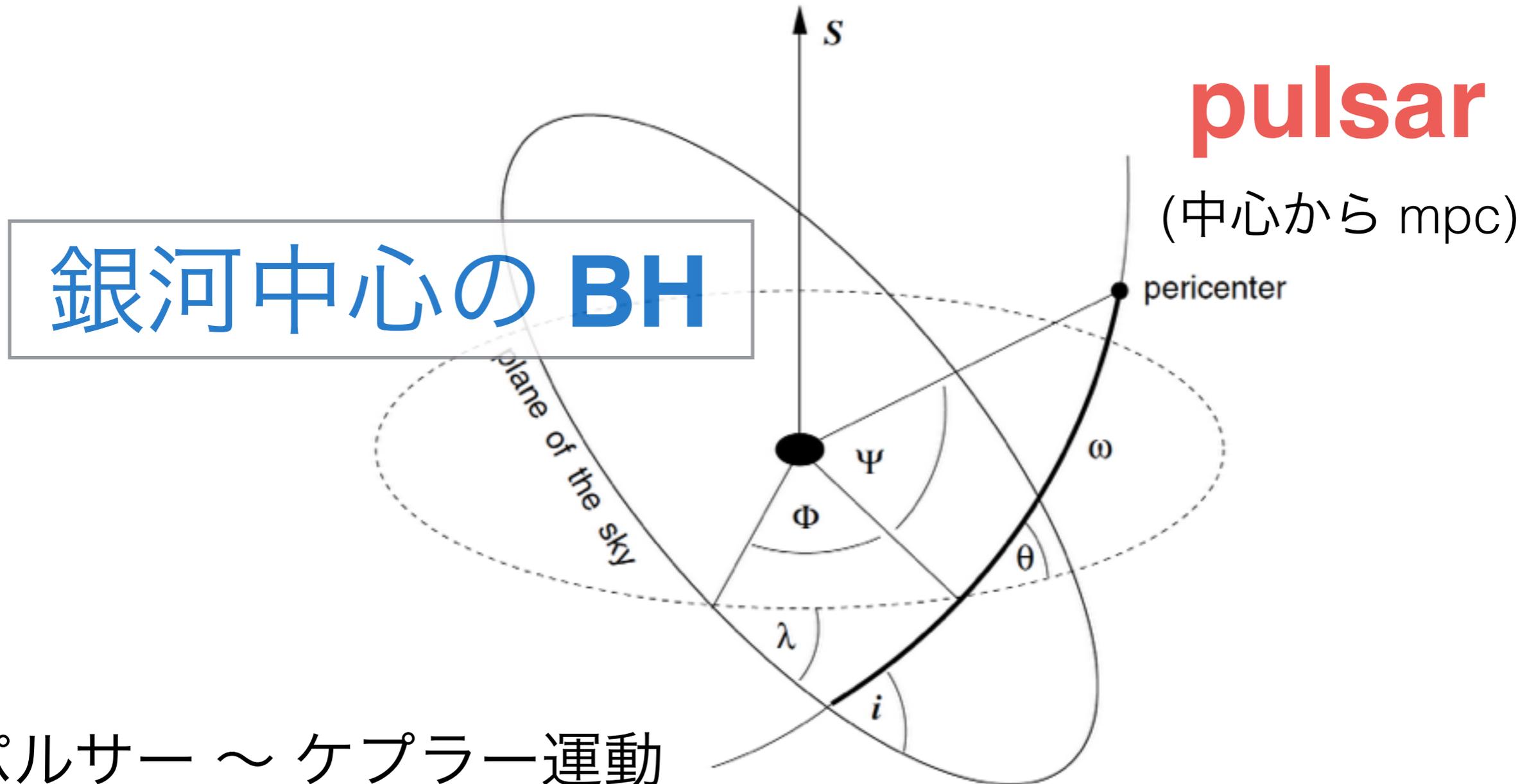
- ❖ 1 なし → + スカラー場 (スカラー・テンソル理論)

- ❖ 2 なし → $f(R)$ 理論、 $f(\text{Riemann})$ 理論 など ($R \sim \partial^2 g$)

パルサーを用いた重力理論の検証

“TOA 公式” と “BHの多極モーメント”

考える系



パルサー ~ ケプラー運動

でも、相対論的効果が効く → ケプラー運動からのずれ

TOA 公式

- ❖ Time Of Arrivals 公式 :

(パルスが) “観測された”時刻 \Leftrightarrow “放出された”時刻

$$t_{\text{obs}} - t_{\text{source}} = \Delta t_{\text{keplerian}} + \Delta t_{\text{post-keplerian}} + \Delta t_{\text{other}}$$

(ケプラー運動) (ケプラー運動からのずれ) (伝搬における効果)

- ❖ binary pulsar の場合 : ケプラー運動からのずれとして、
重力波の放出 による 軌道角運動量の変化 が挙げられる。
→ 強重力場での重力理論の検証の一例、重力波の間接証拠
- ❖ BH-pulsar の場合 : BH の重力ポテンシャルの四重極モーメント
により、パルサーの軌道そしてパルス波に特徴的なシグナル
→ BH時空の直接検証、強重力場での相対論の新しい検証法

BH の四重極モーメント

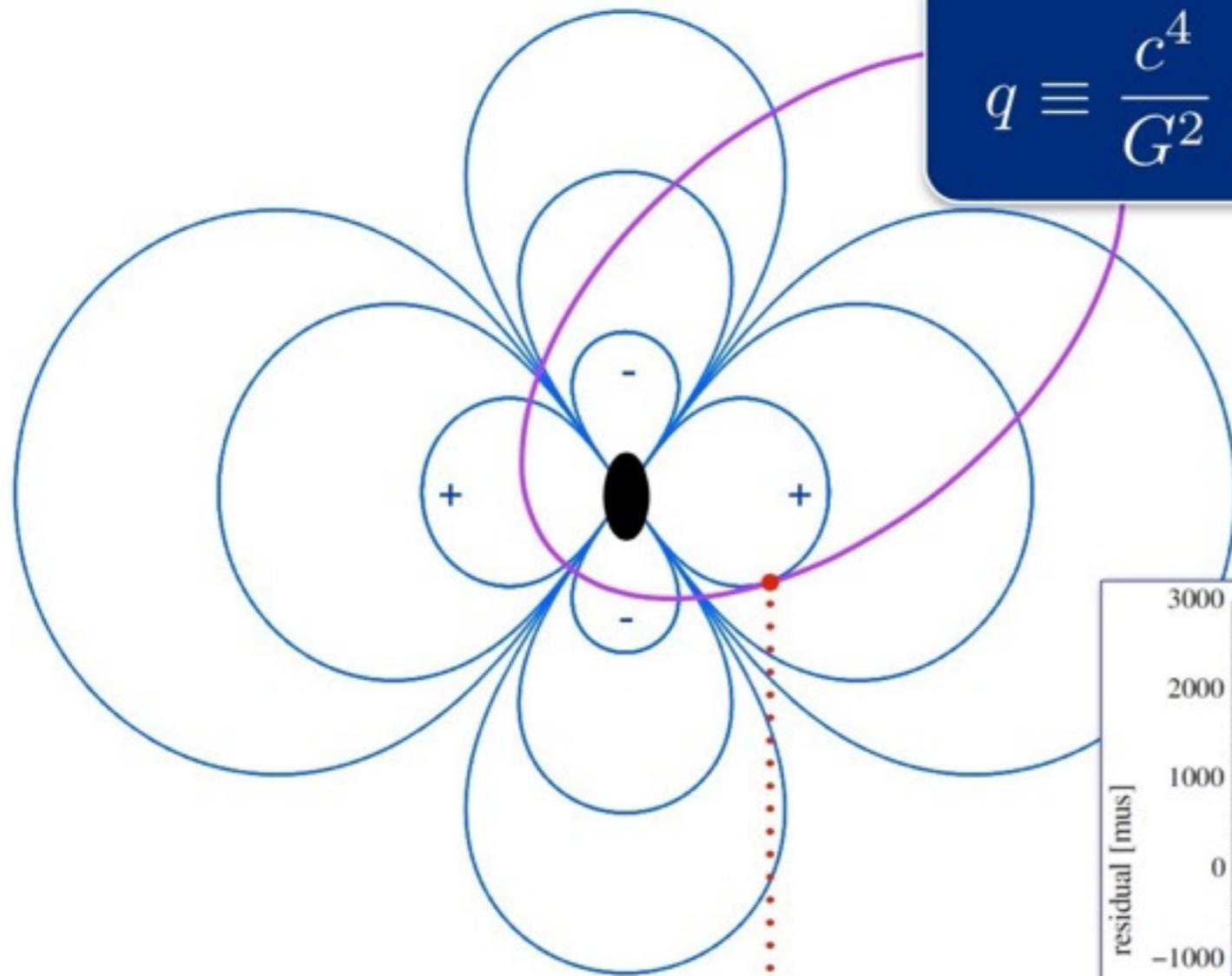
- ❖ パルサーは、BH の重力ポテンシャル中を運動
- ❖ 重力ポテンシャルの多極展開 (動径 r で展開)

$$\Phi = -\frac{1}{2}\delta g_{00} = \underbrace{\frac{Q}{r}}_{\text{monopole}} + \underbrace{\frac{Q_i x^i}{r^3}}_{\text{dipole}} + \frac{1}{2} \underbrace{\frac{Q_{ij} x^i x^j}{r^5}}_{\text{quadrupole}} + \dots$$

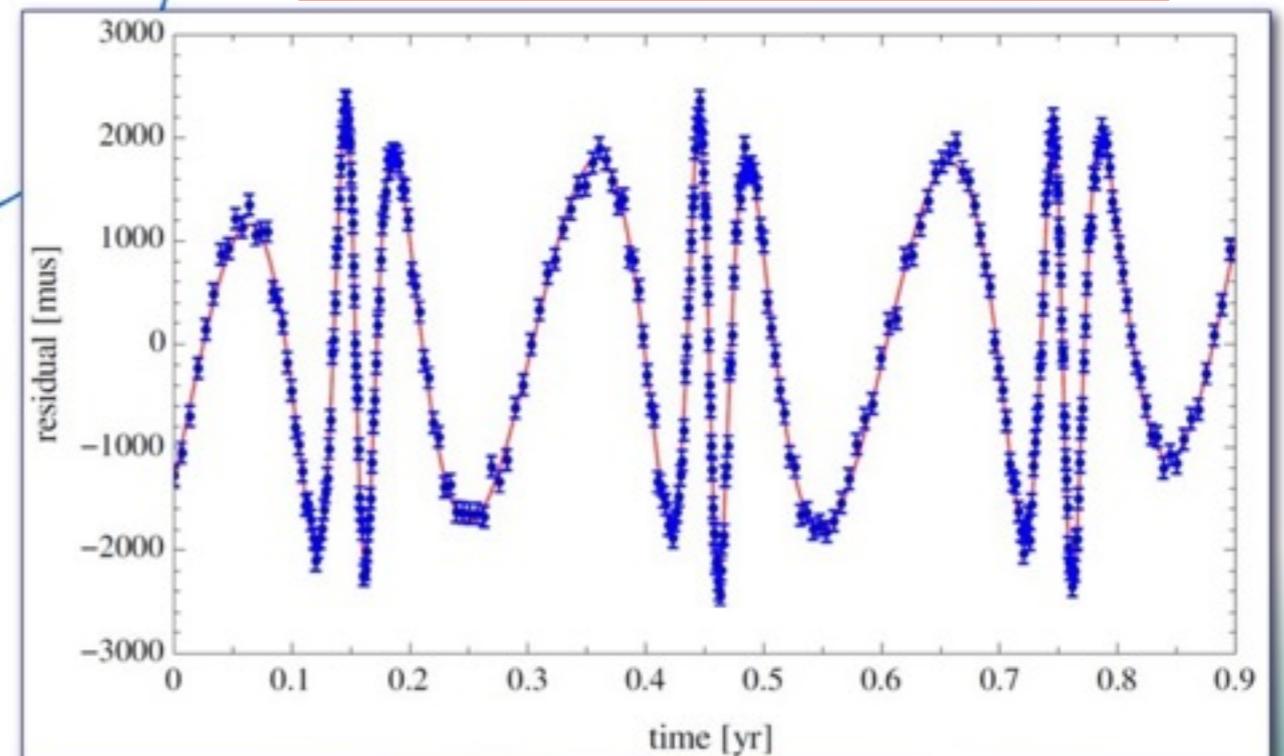
BH の四重極モーメント

$$q \equiv \frac{c^4}{G^2} \frac{Q}{M^3} = -\chi^2 \quad (\text{no-hair theorem})$$

$$\chi \rightarrow a/M \Leftrightarrow \text{spin}$$



四重極モーメントにより modulate
されたパルス波の到来時刻



Ralph Eatough さんの
スライドを拝借



BH の毛なし定理

- ❖ 一般相対論では、BH は **3つの量のみ** で特徴づけられる。

質量 (M)、角運動量 (スピン, a)、電荷

- 四重極、高次のモーメントは **M と aのみ** で書ける。

四重極： $Q = -Ma^2$

- ❖ 重力理論が変更されると、この関係は非自明になる！

- $Q = -Ma^2 + \alpha$ (+ α は、理論パラメータに依存する)

- SKA で **[M, a, Q...]** を精密に計ることで、

強重力場での % レベルでの重力理論のテストを！

(銀河中心 BH から mpc のところにパルサーがいれば)

多極モーメントの関係式

in 修正重力理論

修正重力理論

- ❖ スカラー・テンソル理論 (修正重力理論の代表格) : $g_{\mu\nu} + \phi$
 - ✓ $f(R)$ 理論 (計量の高階微分 \Leftrightarrow GR + scalar 場 と等価)
 - ✓ ホルンデスキー理論 (Generalized Galileon)
 - $\Leftrightarrow g_{\mu\nu}$ も ϕ も二階微分方程式に従う最も一般的な理論
- Horndeski (1974), 小林、山口、横山 (2011)

$$\mathcal{L} = K(\varphi, X) - G(\varphi, X)\square\varphi + G_4(\varphi, X)R + G_{4X} \left[(\square\varphi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi)^2 \right] \\ + G_5(\varphi, X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\varphi\nabla^\nu\varphi - \frac{G_{5X}}{6} \left[(\square\varphi)^3 - 3(\square\varphi)(\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi)^2 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi)^3 \right]$$

BH 関係式 in 修正重力

- ❖ 修正重力理論における多極モーメントの関係を読み取るには、**回転する BH 解**を見つける必要がある。
- ❖ (**一般相対論においても**) 回転する BH 解を見つけるのは**難しい**。Schwarzschild (1916) \Leftrightarrow Kerr (1963)
- ❖ 実際、修正重力理論においても**回転する BH 解**はほとんど見つかっていない。
→ **摂動的**に回転を導入 (**Sch 解は見つかっている**)

計算例

❖ ホルンデスキー理論： $S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[R + \beta G^{\mu\nu} \nabla_\mu \varphi \nabla_\nu \varphi \right]$

❖ 背景解：時空 = Schwarzschild (GR の“真空”解)

$$\varphi = q t + \psi(r), \quad \psi(r) = 2qM \left[2\sqrt{\frac{r}{2M}} + \log \frac{\sqrt{r} - \sqrt{2M}}{\sqrt{r} + \sqrt{2M}} \right]$$

❖ 摂動： $g_{\mu\nu} = \langle \text{Sch} \rangle g_{\mu\nu} + \delta g_{t\phi}$ & $\varphi = \langle \text{Sch} \rangle \varphi + \delta\varphi$

❖ 計算の結果、計量の摂動にスカラー場の摂動が

全く寄与しない解を発見。 $Q = -Ma^2$ (in GR) のまま。

→ 観測的には GR と区別できない？ 高次摂動？

まとめ

まとめ

- ❖ 銀河中心の BH のまわり (mpcぐらい) をまわるパルサーからのパルス波を、SKA で詳細に観測する事により、BH 時空の様々な情報 (質量, スピン, 多極モーメントなど) を観測的に抜き出す事ができる。
- ❖ 色々な重力理論における、BH の多極モーメントの間の関係式を導出し、観測と比較することにより、強い重力場での重力理論の検証が可能となり、% レベルで理論に新しい制限、傍証を与える事ができる。