

21 cmFAST

2014/3/24

熊本大学B4 吉浦 伸太郎

名古屋大学D2 島袋 隼人

Introduction

- ・ 21cmFASTとは analytic model による **semi numerical simulation**
- ・ dark-age や epoch of re-ionization でのsignalを計算
- ・ brightness temperature や 21 cm line power spectrum など
- ・ 近似を用いることで計算時間が短く、比較的手軽に計算できる
- ・ A Mesinger ,S Furlanetto ,R Cen らによって開発された
- ・ 元になったsimulationとしてDexMというものもある

目次

1. **21cmFAST**における計算の流れ

2. **スピン温度に近似を用いる場合**

2.1 density

2.2 ionizing

2.3 peculiar velocity gradient

2.4 brightness temperature & power spectrum

3. **スピン温度をきちんと計算する場合**

3.1 kinetic temperature

3.2 heating & ionization rate

3.3 Ly- α back ground

4. **まとめ**

1.21 cmFASTにおける計算の流れ

21 cmFAST

spin temperature の取り扱い

1. **近似を用いる** (再電離後期以降)

$$T_S \gg T_\gamma$$

ionizingはUVによるとする

計算時間 1並列2~3時間

8並列2~3時間

2. **丁寧に計算する** (再電離初期以前)

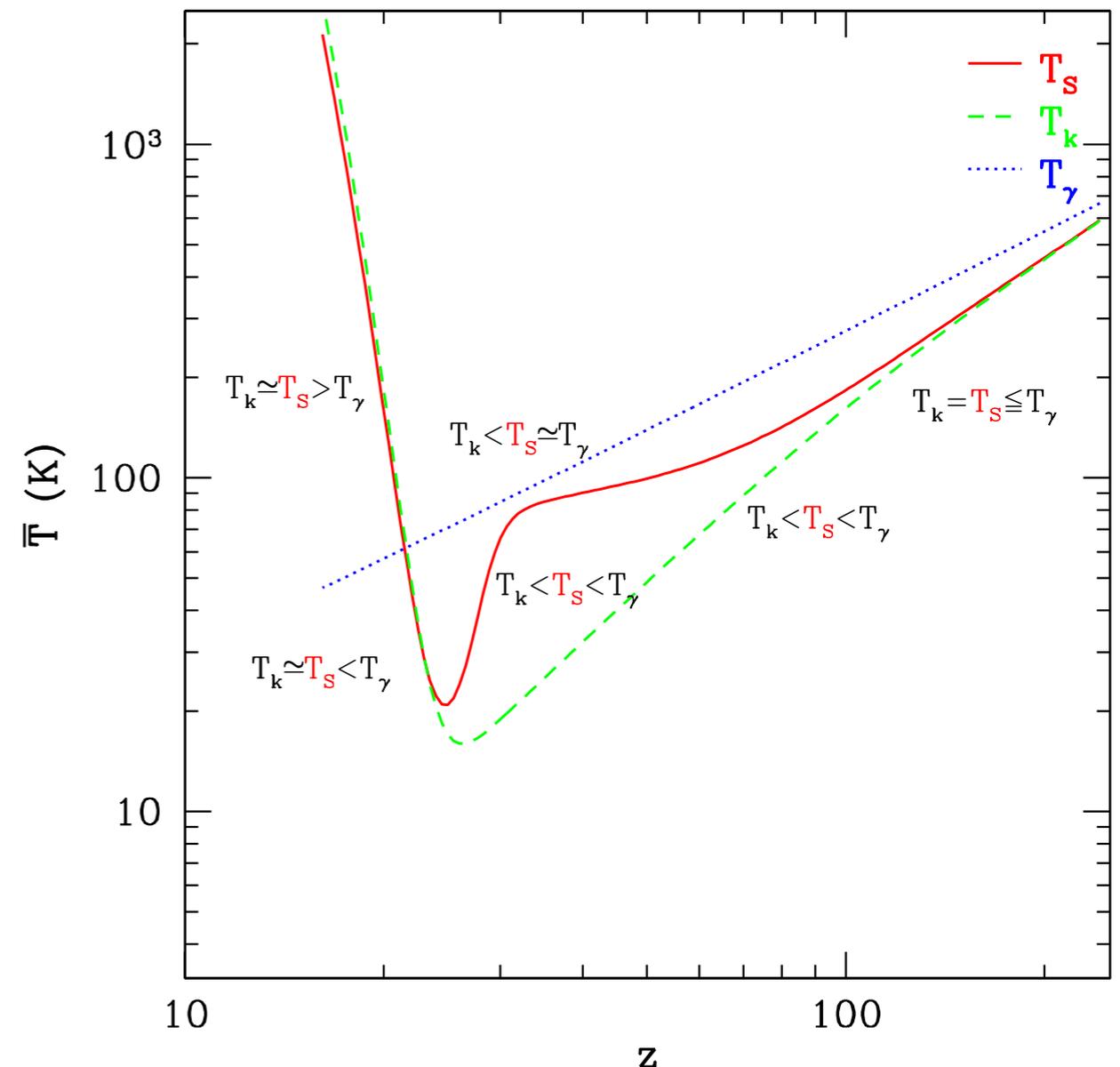
$$T_S^{-1} = \frac{T_\gamma^{-1} + x_\alpha T_\alpha^{-1} + x_c T_K^{-1}}{1 + x_\alpha + x_c}$$

ionizingはUVとx-rayによるとする

計算時間 1並列4日

8並列10~11時間

spin temperature の進化

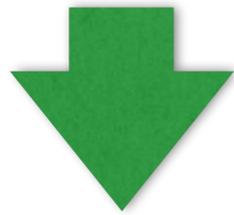


(Mesinger et al 2010)

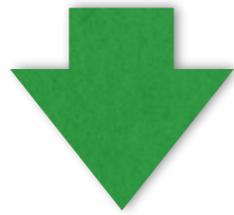
calculation

21cmFAST計算の流れ

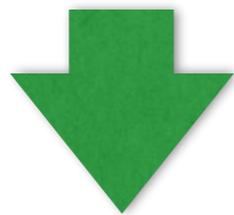
0 : 初期条件(密度場と速度場、 $z=300$)



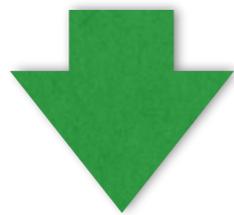
1 : z ごとに 密度場 イオン化率 速度場 (スピン温度)



2 : 輝度温度のマッピング



3 : 21cm線パワースペクトル



1に戻る

z ごとに繰り返し計算
デフォルトでは $6 < z < 35$

RT simulation

- ・ 21cmFASTの計算はTracによるRT simulation(Trac et al 2008) を再現するようにできている。
- ・ DM粒子数は 1536^3 個、RTは 512^3 gridで計算。
- ・ DMの粒子の計算にはPMM法(PM法を改良したもの)によるN体計算
- ・ ガスの密度と温度を計算し、ビリアル温度からハローを決定
- ・ ハローのうち、いくつかの条件を満たしたものが星になるとする。
- ・ 星からの放射はRadiative transferで計算。光子(UV)の密度を計算。
- ・ 水素とヘリウムの密度について時間発展をみる。イオン化率の計算。

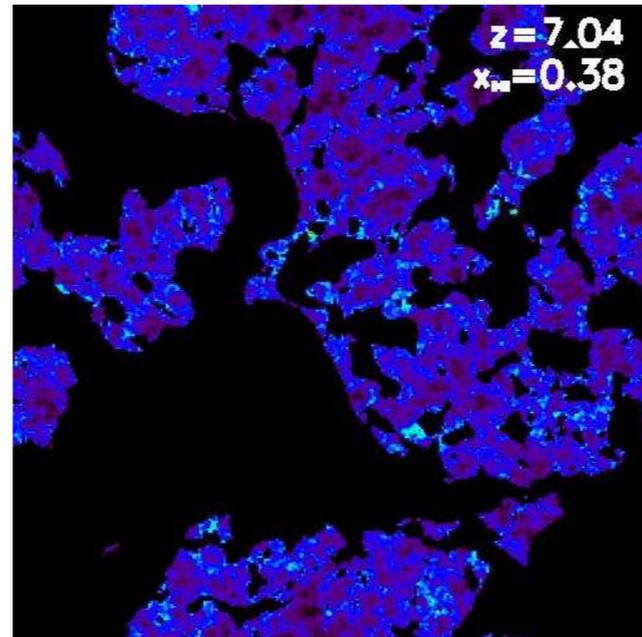
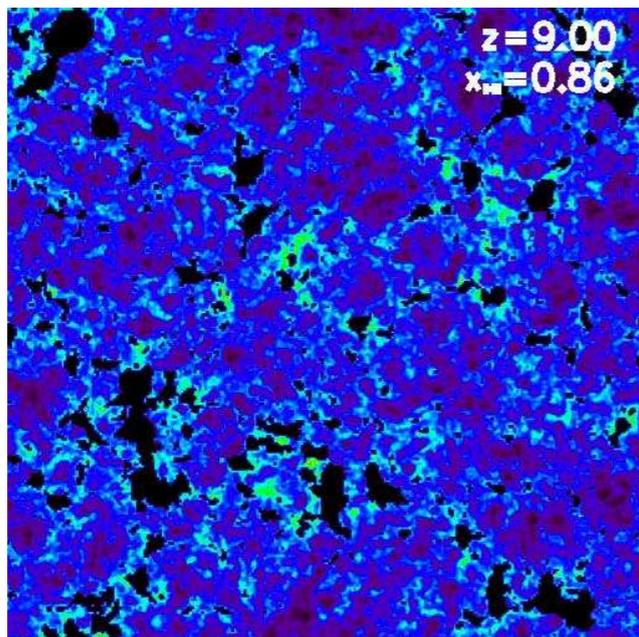
2. スピン温度に近似を用いる場合

21 cmFAST $T_s \gg T_\gamma$

スピン温度について近似を用いる場合の計算をみていく

Brightness temperature

$$\begin{aligned} \delta T_b(\nu) &= \frac{T_s - T_\gamma}{1+z} (1 - e^{-\tau\nu_0}) \approx \\ & 27 x_{\text{HI}} (1 + \delta_{\text{nl}}) \left(\frac{H}{dv_r/dr + H} \right) \left(1 - \frac{T_\gamma}{T_s} \right) \\ & \times \left(\frac{1+z}{10} \frac{0.15}{\Omega_M h^2} \right)^{1/2} \left(\frac{\Omega_b h^2}{0.023} \right) \text{mK}, \end{aligned}$$



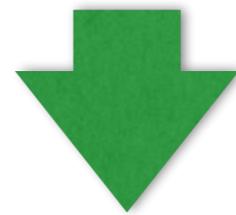
brightness temperatureのmap
(Mesinger et al 2010)



Initial Conditions

初期条件は数値シミュレーション(Trac et al 2008)と同じものを利用

密度と速度の初期条件を $z=300$ で 1536^3 のgridに与える
与えられた密度は速度によって一度進化する。

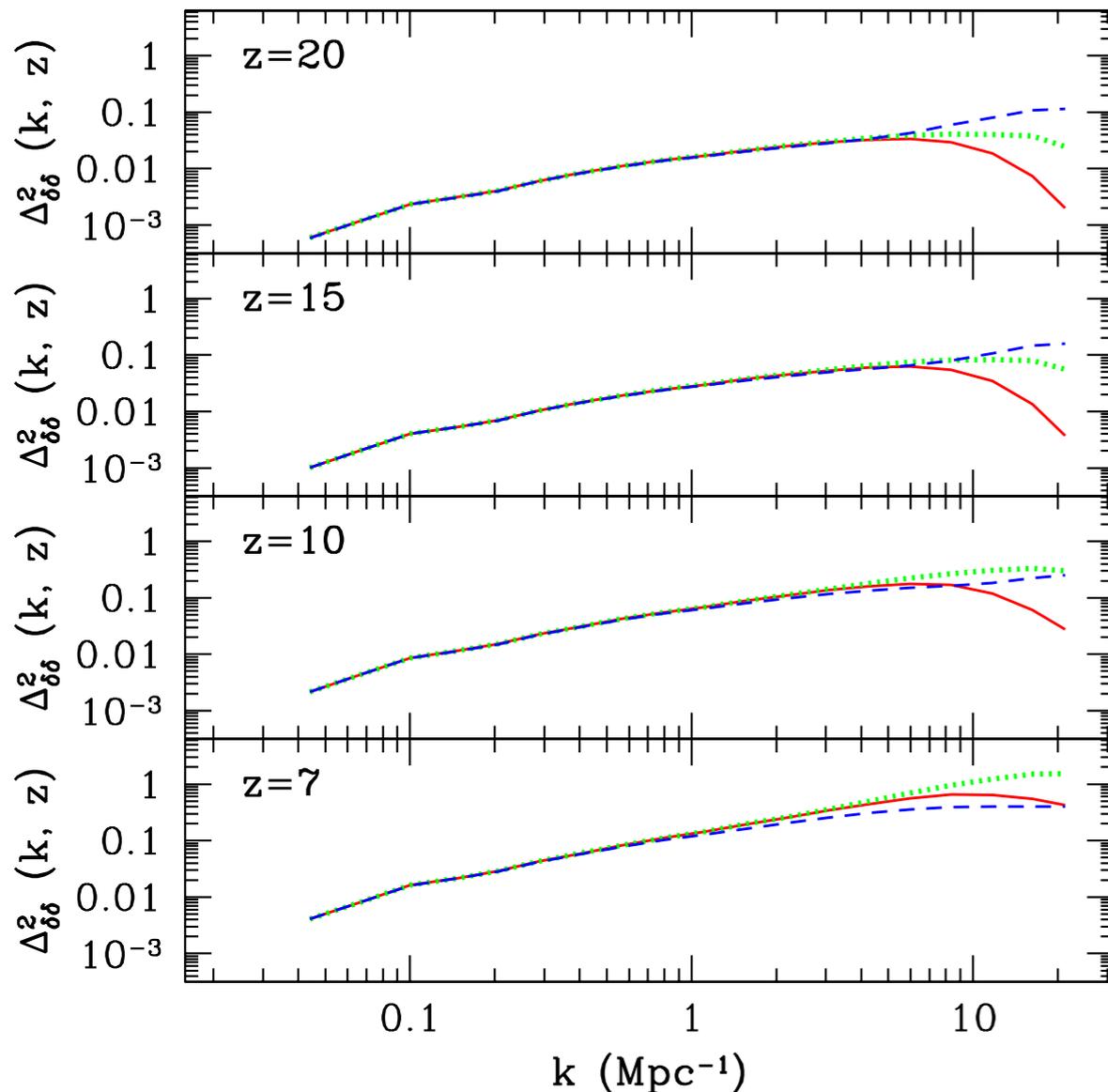


速度場と得られた密度場は 768^3 のgridに示される



この密度場をZel'dovich近似で z ごとに計算していく
密度場と速度場などの計算結果は
 768^3 と 256^3 のgridでそれぞれ計算される

Evolved Density Field



密度揺らぎのpower spectrum
full simulation (DM g gas r)
21cmFAST(b)

密度の進化はZel'dovich approximation

$$x(q, t) = q + D(t)\nabla_q\psi_0(q)$$

first order perturbationとlinearな解の
組み合わせで、密度の成長は線形成長因
子と密度の初期値に依る。

simulationと比べると

大スケール($k < 5$)では良く一致している

小スケールでは大きくずれる



Zel'dovich approximationが原因

21cmFASTではbaryonic physicsを考え
ていないので、基本的にDMに近いはず

ionization field

ionizing photonとしてUVを考えている

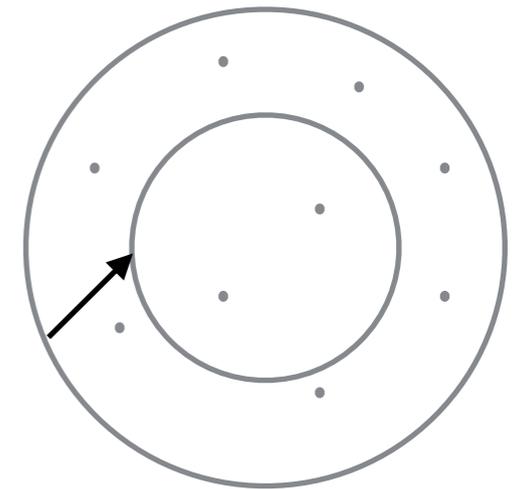
あるzある点xで半径Rの球を考える。その中に十分な量のcollapseしたハローが存在すれば、そのxのあるcellは完全にイオン化しているとする。

その基準として

$$f_{\text{coll}}(\mathbf{x}, z, R) \geq \zeta^{-1}$$

f_coll : 球(半径R)の質量に対するcollapse haloの質量比

ζ : ionizing efficiency(default 31.5)



Rは最大値(R_max:ionizing photonのmean free path)から最小値(R_cell)まで小さくしていく。

最後まで(R_cell)基準に満たなかったとき、そのxのあるcellをpartially ionized cellとして、イオン化率を $\zeta f_{\text{coll}}(\mathbf{x}, z, R_{\text{cell}})$ とする。

flagging & f_coll

ionizing fieldの決定 (a,bの二種類)

a.flagging central cell : xのあるcellのみにイオン化したというflagをたてる

計算時間

短い
^
長い

b.flagging entire sphere : 考えている球中のすべてのcellにflagをたてる

f_collの計算方法 (a,bの二種類)

a.Press-Schechter mass functionのように、密度揺らぎから計算する

計算時間

短い
^
長い

b.密度揺らぎからあらかじめハローの位置を導いておいて、そこから球中のハローの質量を計算する。

21cmFASTはどちらもa

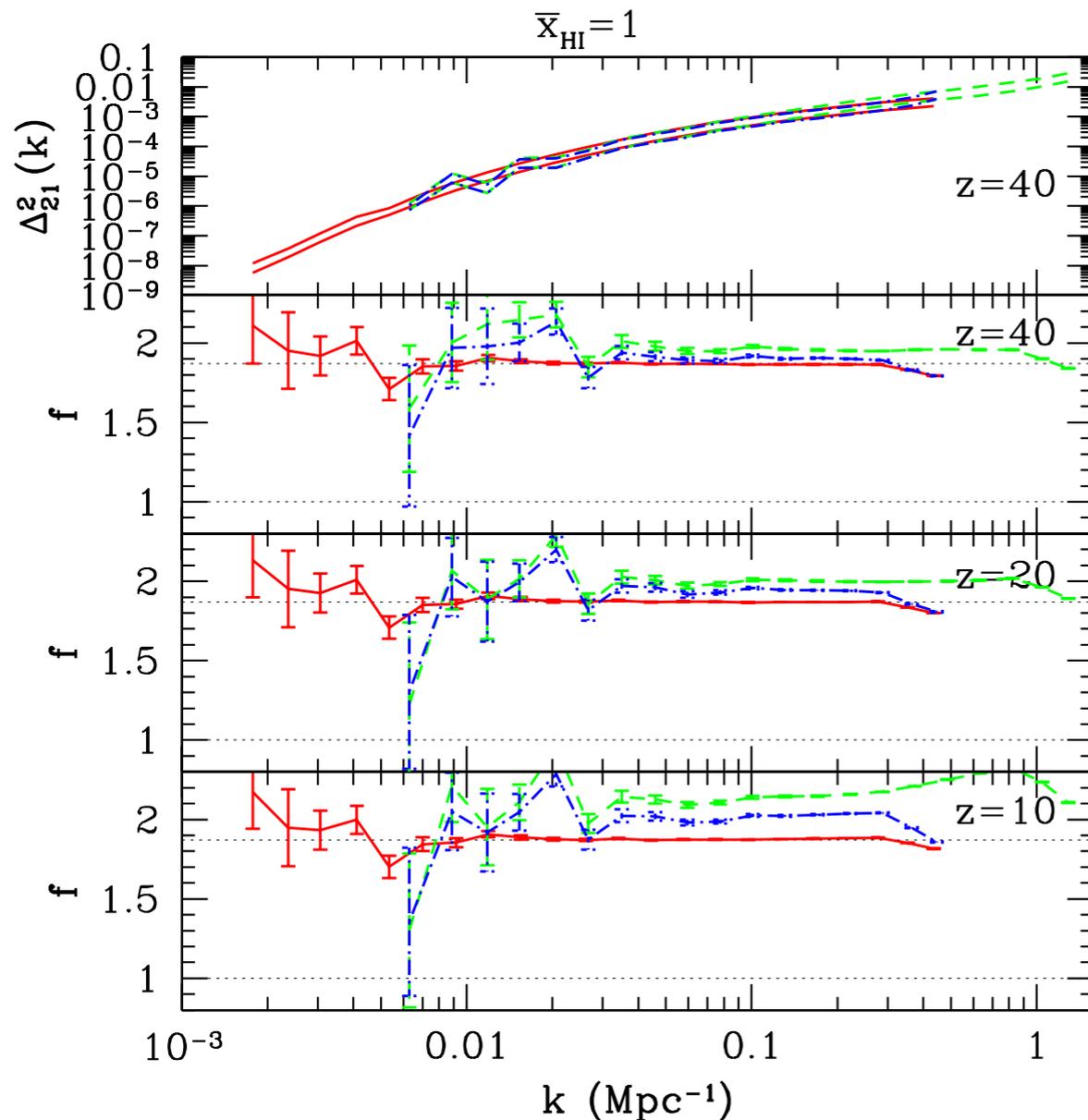
DexMはどちらもb

Peculiar Velocity gradient field

$$\left(\frac{H}{dv_r/dr + H} \right)$$

- ・ 各天体のもつ速度によって、power spectrumが変化する(Kaiser effect)
- ・ 21cmFASTでは基本的に、この項について $dv_r/dr \ll H$ という近似を用いる。
- ・ 計算することもできる(Zel'dovich近似) $\frac{dv_r}{dr}(\mathbf{k}, z) \approx -\frac{k_r^2}{k^2} \dot{D}(z) \delta_{nl}(\mathbf{k})$
- ・ ただし、発散を防ぐために上限有り $|dv_r/dr| = 0.5H(z)$

Peculiar Velocity gradient field



dimensionless power spectrum

$$f = \frac{\frac{dv_r}{dr} \text{ 有りのパワースペクトル}}{\frac{dv_r}{dr} \text{ 無しのパワースペクトル}}$$

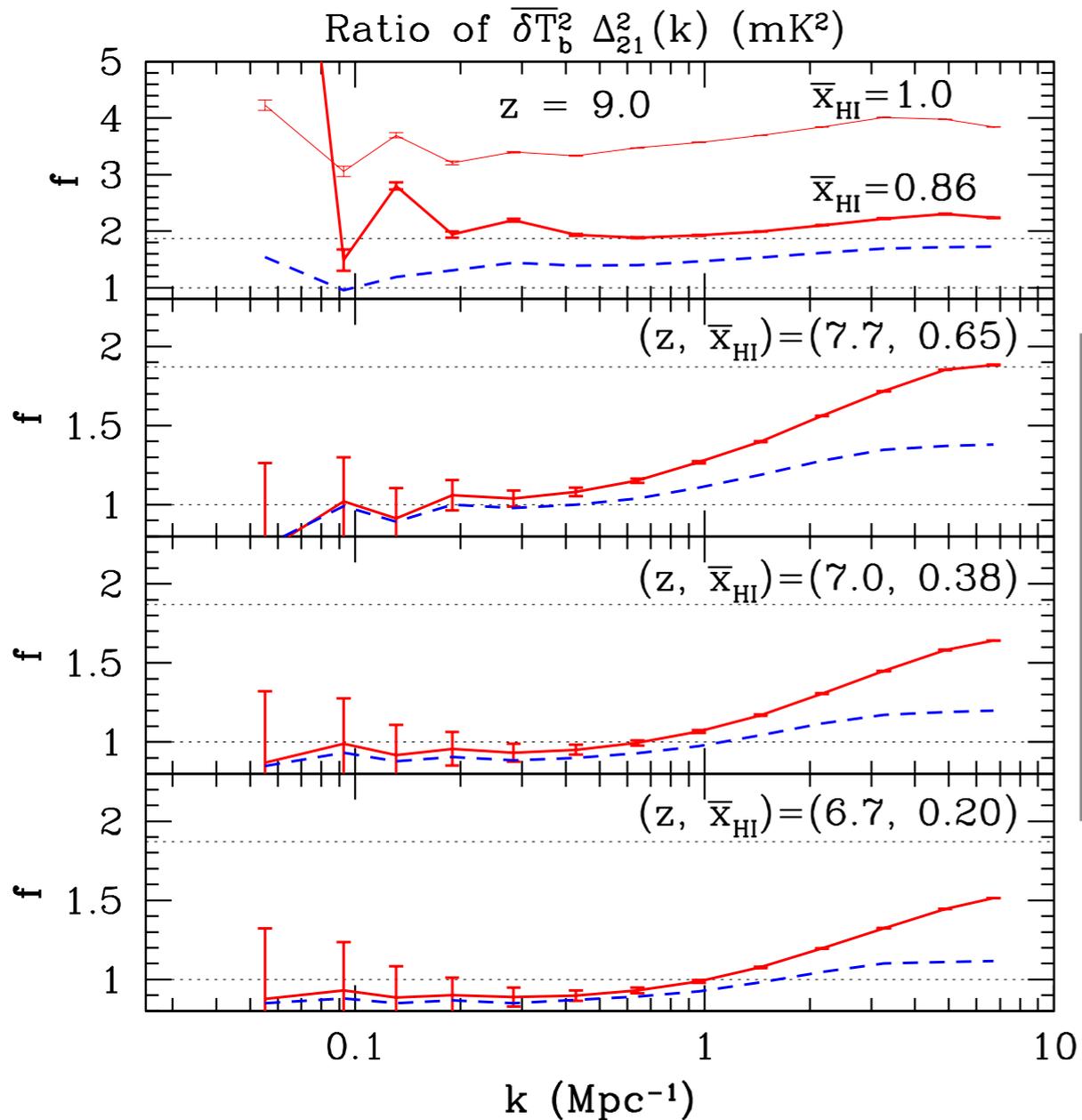
どのスケールでもだいたい
power spectrum が1.84倍くらいになっ
ている

g :1Gpc box 3.3Mpc resolution

b :1Gpc box 10Mpc resolution

r :5Gpc box 10Mpc resolution

Peculiar Velocity gradient field



r : full simulation
b : 21cmFAST

dimensional power spectrum

$$f = \frac{\frac{dv_r}{dr} \text{ 有りのパワースペクトル}}{\frac{dv_r}{dr} \text{ 無しのパワースペクトル}}$$

$$\frac{dv_r}{dr}(\mathbf{k}, z) \approx -\frac{k_r^2}{k^2} \dot{D}(z) \delta_{\text{nl}}(\mathbf{k})$$

負の値

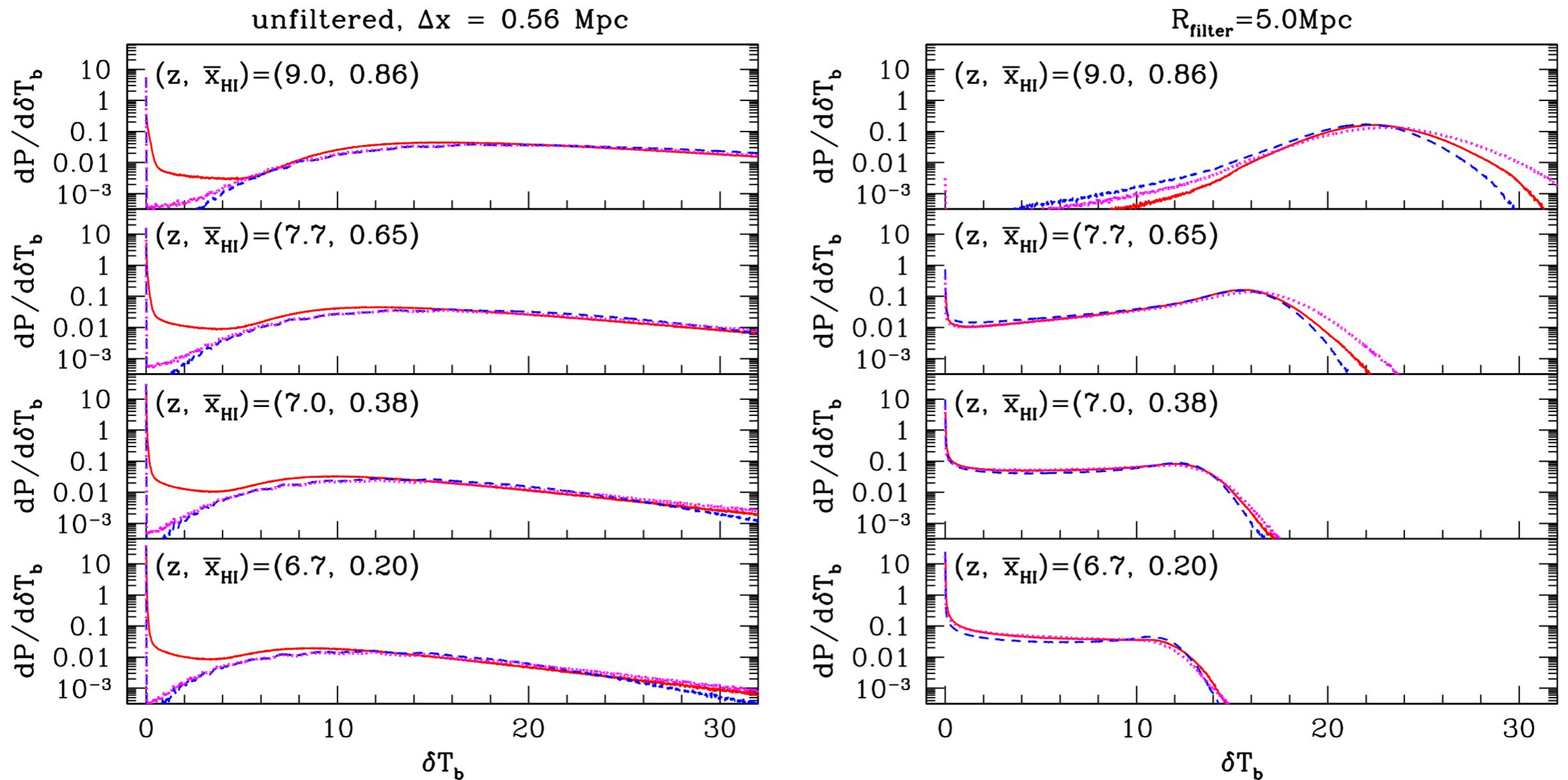
輝度温度中の $\left(\frac{H}{dv_r/dr + H} \right)$ が大きくなる

イオン化が進むにつれ、
 またスケールが大きいほど、
 redshift space distortionの効果が弱まっ
 てきている



近似が有効になる

Brightness temperature

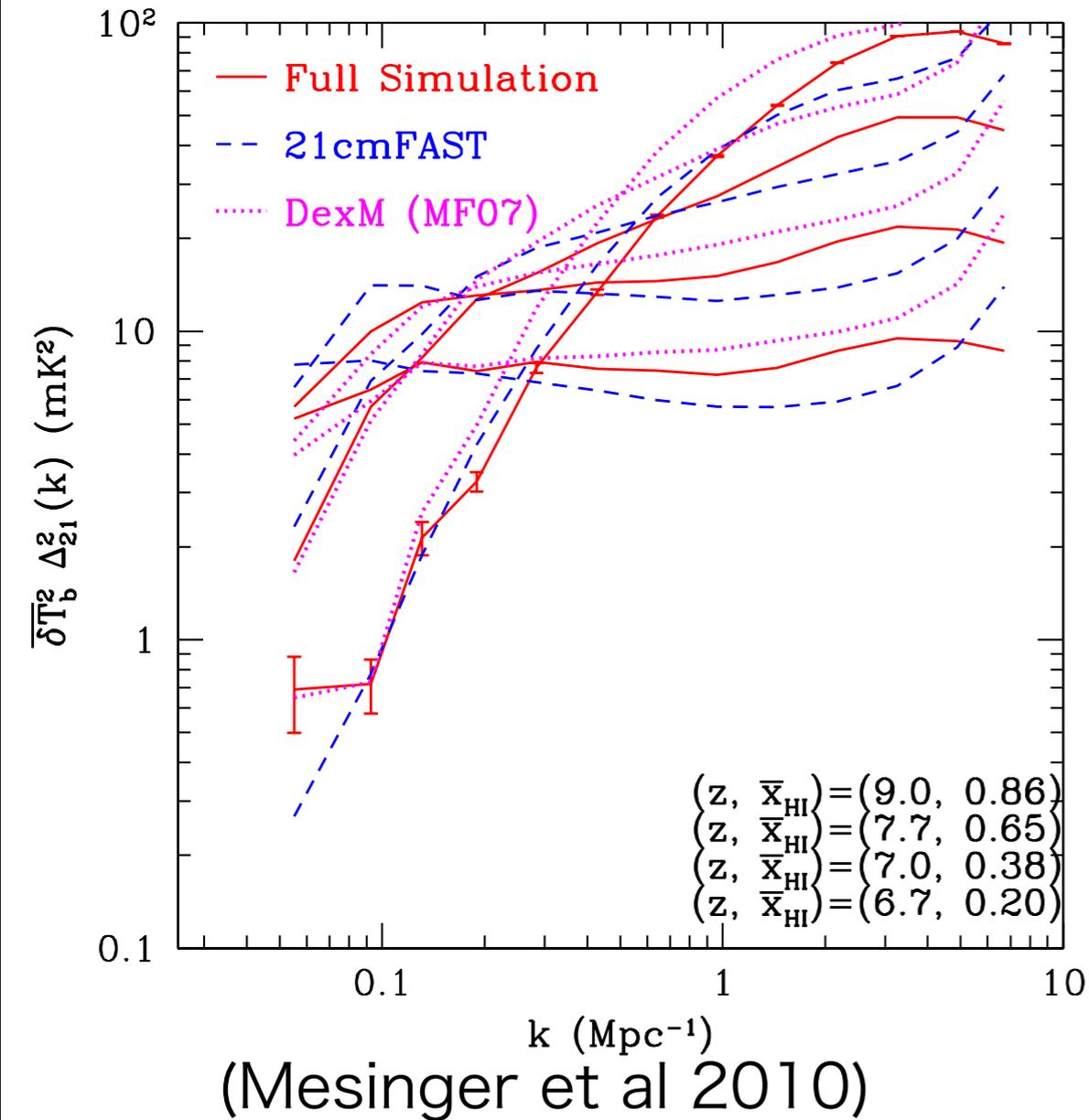


full simulation(r)と21cmFAST(b)の比較 (Mesinger et al 2010)

これまでの近似を用いて計算した輝度温度の確率密度

power spectrum

21 cm power spectrum



power spectrum の定義

$$P_{21} = \delta \bar{T}_b(z)^2 \Delta_{21}^2(k, z)$$

$$= \frac{k^3}{2\pi V} \delta \bar{T}_b(z)^2 \langle |\delta_{21}(k, z)|^2 \rangle_k$$

$$\delta_{21}(\mathbf{x}, z) \equiv \frac{\delta T_b(\mathbf{x}, z)}{\delta \bar{T}_b(z)} - 1$$

3. スピン温度をきちんと計算する場合

21 cmFAST useTs

スピン温度をきちんと計算する場合についてみていく

- ・ spin temperature を計算する
- ・ 前のionized fieldでneutralと判定された領域についてイオン化率を計算
- ・ UVに加えて、X-rayもionizing に寄与する
- ・ 前のionized fieldでfull ionizedやpartially ionizedとされたところはTsについて近似を用いたまま

Spin temperature

$$T_S^{-1} = \frac{T_\gamma^{-1} + x_\alpha T_\alpha^{-1} + x_c T_K^{-1}}{1 + x_\alpha + x_c}$$

ただし $T_\alpha \simeq T_K$

collision coupling coefficient

$$x_c = \frac{0.0628 \text{ K}}{A_{10} T_\gamma} \left[n_{\text{HI}} \kappa_{1-0}^{\text{HH}}(T_K) + n_e \kappa_{1-0}^{\text{eH}}(T_K) + n_p \kappa_{1-0}^{\text{pH}}(T_K) \right]$$

A_{10} : Einstein coefficient

n_i : number density of species (H I, e, p)

κ : scattering rate—Zygelman(2005), Furlanetto & Furlanetto(2007)

Wouthuysen Field coupling coefficient

$$x_\alpha = 1.7 \times 10^{11} (1+z)^{-1} S_\alpha J_\alpha$$

S_α : correction factor

J_α : Lyman α back ground flux

ionizing fraction&kinetic temperature

ionizing fraction と kinetic temperature の時間発展式

$$\frac{dx_e(\mathbf{x}, z')}{dz'} = \frac{dt}{dz'} \left[\Lambda_{\text{ion}} - \alpha_A C x_e^2 n_b f_H \right]$$

ionization rate recombination rate

$$\frac{dT_K(\mathbf{x}, z')}{dz'} = \frac{2}{3k_B(1+x_e)} \frac{dt}{dz'} \sum_p \epsilon_p + \frac{2T_K}{3n_b} \frac{dn_b}{dz'} - \frac{T_K}{1+x_e} \frac{dx_e}{dz'}$$

Λ_{ion} : ionization rate per baryon
 C : clumping factor $C \equiv \langle n^2 \rangle / \langle n \rangle^2$
 α_A : case-A recombination coefficient
 f_H : hydrogen number fraction

z : 興味のあるred shift
 z' : 任意のred shift
 z' から z に線形成長すると仮定
 $\delta_{\text{nl}}(\mathbf{x}, z') \approx \delta_{\text{nl}}(\mathbf{x}, z) D(z') / D(z)$
total baryonic number density
 $n_b = \bar{n}_{b,0} (1+z')^3 [1 + \delta_{\text{nl}}(\mathbf{x}, z')]$

この近似を用いた時間発展式



次ページ

ionizing fraction & kinetic temperature

ionizing fraction と kinetic temperature の時間発展式

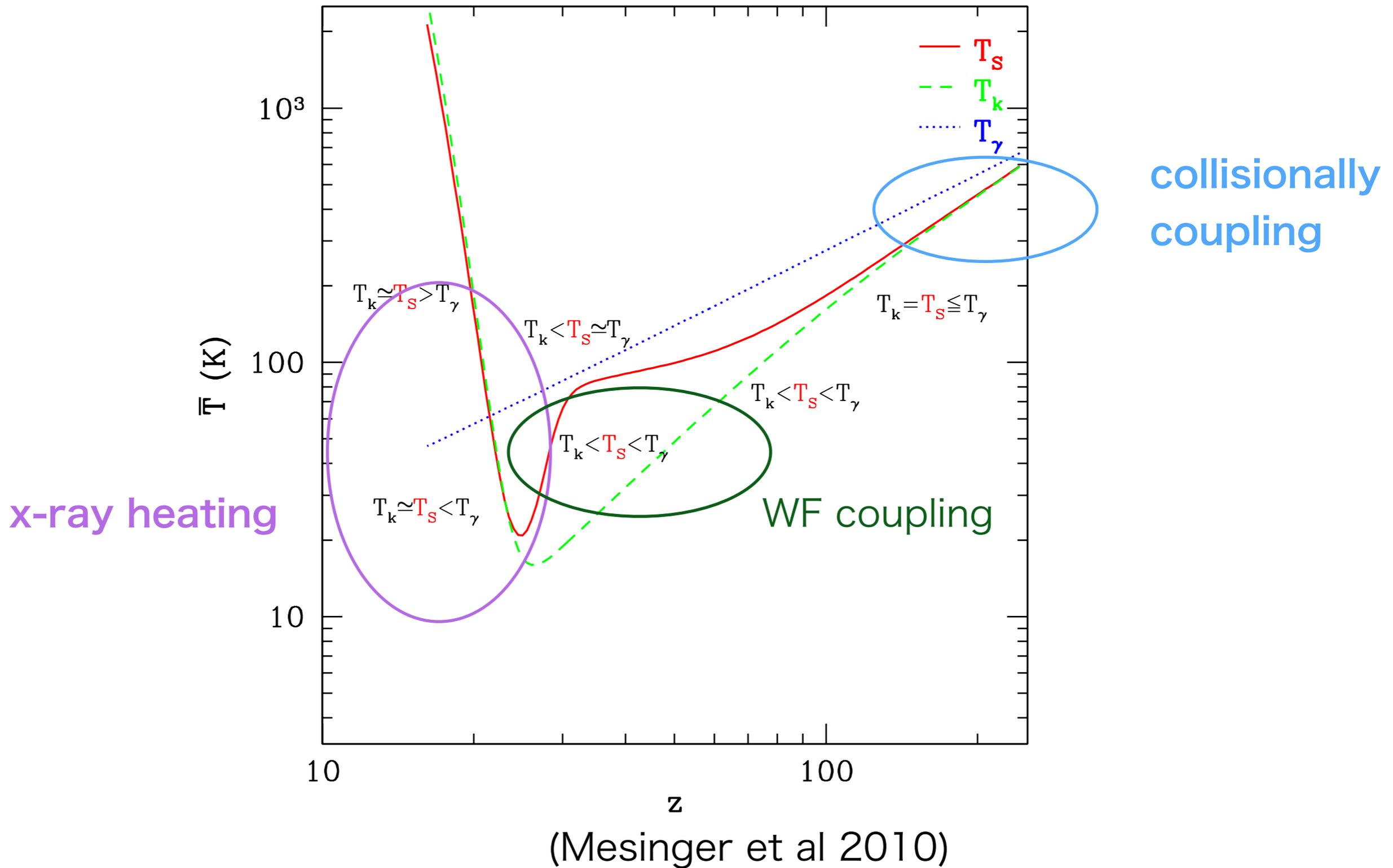
$$\frac{dx_e(\mathbf{x}, z')}{dz'} = \frac{dt}{dz'} \Lambda_{\text{ion}} - \frac{dt}{dz'} \alpha_A C x_e^2 f_H \bar{n}_{b,0} (1+z')^3 [1 + \delta_{\text{nl}}(\mathbf{x}, z) \frac{D(z')}{D(z)}],$$

$$\frac{dT_K(\mathbf{x}, z')}{dz'} = \frac{2}{3k_B(1+x_e)} \frac{dt}{dz'} \sum_p \epsilon_p \text{heating} + \frac{2T_K}{1+z'} + \frac{2T_K}{3} \frac{dD(z')/dz'}{D(z)/\delta_{\text{nl}}(\mathbf{x}, z) + D(z')} - \frac{T_K}{1+x_e} \frac{dx_e}{dz'}$$

Hubble expansion structure formationによる断熱的な加熱や冷却

イオン化によるガス粒子数の変化

heating rate

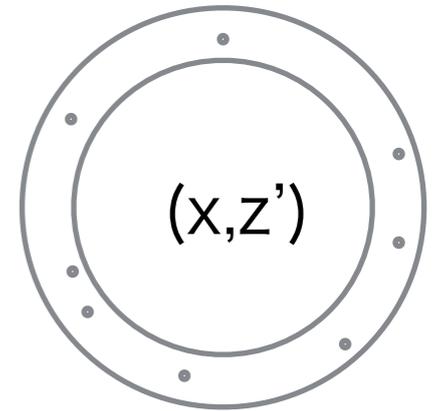


heating rate

あるxの周囲に半径R(z'')とR(z')の球殻に存在するhaloからのx-ray heatingを計算する

total X-ray emission rate(s⁻¹)

$$\frac{d\dot{N}_X}{dz''} = \zeta_X f_* \Omega_b \rho_{\text{crit},0} (1 + \delta_{\text{nl}}^{R''}) \frac{dV}{dz''} \frac{df_{\text{coll}}}{dt}$$



collapsed fraction

$$f_{\text{coll}}(\mathbf{x}, z'', R'', S_{\text{min}}) = \frac{\bar{f}_{\text{ST}}}{\bar{f}_{\text{PS,nl}}} \text{erfc} \left[\frac{\delta_c - \delta_{\text{nl}}^{R''}}{\sqrt{2[S_{\text{min}} - S^{R''}]}} \right]$$

ζ_X : number of the photons per solar mass in stars

f_* : fraction of baryons converted to stars

R'' : comoving null-geodesic distance between z' and z''

$S_{\text{min}}, S_{R''}$: mass variance on the scales corresponding to smallest mass sources and R''

Heating and ionization rate

arrival rate : あるxに届く photonの数[s⁻¹Hz⁻¹]

$$\frac{d\phi_X(\mathbf{x}, \nu, z', z'')}{dz''} = \frac{d\dot{N}_X}{dz''} \alpha \nu_0^{-1} \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^{-\alpha-1} \left(\frac{1+z''}{1+z'}\right)^{-\alpha-1} e^{-\tau_X}$$

IGM X-ray optical depth

$$\tau_X(\nu, z', z'') = \int_{z''}^{z'} d\hat{z} \frac{cdt}{d\hat{z}} \bar{x}_{\text{HI}}(\hat{z}) \bar{n}(\hat{z}) \tilde{\sigma}(z', \hat{\nu})$$

X-ray heating rate per baryon

heatingに使われる電子のエネルギー

$$\epsilon_X(\mathbf{x}, z') = \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \sum_i (h\nu - E_i^{\text{th}}) f_{\text{heat}} f_i x_i \sigma_i$$
$$\int_{z'}^{\infty} dz'' \frac{d\phi_X/dz''}{4\pi r_p^2},$$

ν_0 : X-ray energyの下限

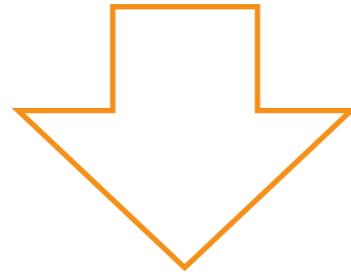
$$h\nu_0 = 200\text{eV}$$

Heating and ionization rate

計算時間を早めるために、 τ_x をstep function化

$\tau_X \leq 1$: all photons are absorbed (sourceからやってきたphotonが全て吸収される)

$\tau_X \geq 1$: no photons are absorbed (photonは来る途中で吸収されるので、 (\mathbf{x}, z') での吸収は起
きない。)



X-ray heating rate per baryon

$$\epsilon_X(\mathbf{x}, z') = \zeta_X \alpha c \nu_0^{-1} f_* \Omega_b \rho_{\text{crit},0} (1 + z')^{\alpha+1} \int_{\text{Max}[\nu_0, \nu_{\tau=1}] }^{\infty} d\nu \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^{-\alpha-1} \sum_i (h\nu - E_i^{\text{th}}) f_{\text{heat}} f_i x_i \sigma_i \int_{z'}^{\infty} dz'' (1 + z'')^{-\alpha+2} (1 + \bar{\delta}_{\text{nl}}^{R''}) \frac{df_{\text{coll}}}{dz''}$$

Heating and ionization rate

同様の考え方で

X-ray photonによるionization rate

$$\Lambda_{\text{ion}}(\mathbf{x}, z') = \int_{\text{Max}[\nu_0, \nu_{\tau=1}]}^{\infty} d\nu \sum_i f_i x_i \sigma_i F_i \int_{z'}^{\infty} dz'' \frac{d\phi_X/dz''}{4\pi r_p^2},$$

$$F_i = (h\nu - E_i^{\text{th}}) \left(\frac{f_{\text{ion,HI}}}{E_{\text{HI}}^{\text{th}}} + \frac{f_{\text{ion,HeI}}}{E_{\text{HeI}}^{\text{th}}} + \frac{f_{\text{ion,HeII}}}{E_{\text{HeII}}^{\text{th}}} \right) + 1$$

secondary ionization

primary ionization

この式を用いてneutralな領域のionizing fractionを計算

Ly- α back ground

Ly- α の寄与は二種類ある

I. X-rayによって励起させられたHIによりLy- α が放射

x-ray heatingの計算と同じ方法でソースの数を考える

$$\epsilon_{X,\alpha} = \epsilon_{X,\text{heat}} \frac{f_{\text{ex}}}{f_{\text{heat}}} p_{\alpha}$$

$$J_{\alpha,X} = \frac{c}{4\pi} \frac{\epsilon_{X,\alpha}}{h\nu_{\alpha}} \frac{1}{H\nu_{\alpha}}$$

p_{α} : excitation energyがLy- α photonに流入する割合

$f_{\text{ex}}, f_{\text{heat}}$: X-ray energy が excitation, heatingに流入する割合

$f_{\text{Ly}\alpha}$: electronのenergyがLy- α に流入する割合

$$f_{\text{Ly}\alpha} = f_{\text{ex}} p_{\alpha}$$

$$J_{\alpha,X}(\mathbf{x}, z) = \frac{cn_b}{4\pi H(z)\nu_{\alpha}} \int_{z'}^{\infty} dz'' \frac{d\phi_X/dz''}{4\pi r_p^2} \int_{\text{Max}[\nu_0, \nu_{\tau=1}]^{\infty} d\nu \sum_i (h\nu - E_i^{\text{th}}) \frac{f_{\text{Ly}\alpha}}{h\nu_{\alpha}} f_i x_i \sigma_i$$

Ly- α back ground

2.星からの直接放射

Ly-nがLy- α になって放射されるエネルギー

Lyman-n photonはf_recycle(n)の割合でcascadeしてLyman- α の準位まで落ちてくる。Lyman-n photonがcascadeして各々がどれくらいLyman- α photonに寄与するかを表した式

$$J_{\alpha,*}(\mathbf{x}, z) = \sum_{n=2}^{n_{\max}} J_{\alpha}(n, \mathbf{x}, z)$$

$$= \sum_{n=2}^{n_{\max}} f_{\text{recycle}}(n) \int_z^{z_{\max}(n)} dz' \frac{1}{4\pi} \frac{d\phi_*^e(\nu'_n, \mathbf{x})/dz'}{4\pi r_p^2}$$

$$\frac{d\phi_*^e(\nu'_n, \mathbf{x})}{dz'} = \epsilon(\nu'_n) f_* \bar{n}_{b,0} (1 + \bar{\delta}_{\text{nl}}^{R''}) \frac{dV}{dz'} \frac{df_{\text{coll}}}{dt}$$

$$J_{\alpha,*}(\mathbf{x}, z) = \frac{f_* \bar{n}_{b,0} c}{4\pi} \int_z^{\infty} dz' (1 + z')^3 (1 + \bar{\delta}_{\text{nl}}^{R''}) \frac{df_{\text{coll}}}{dz'}$$

$$\sum_{n=2}^{n(z')} f_{\text{recycle}}(n) \epsilon(\nu'_n),$$

pop2かpop3かでLy-n光子の数が異なる

$$\epsilon(\nu) \propto \nu^{\alpha_s - 1}$$

例Ly- α とLy- β の間の周波数を持つ光子

pop2 6520個

pop3 2670個

まとめ

- ・ 21cmFASTでは密度場やイオン化について近似的に計算
- ・ 得られた結果は主に大スケールでシミュレーションと良く一致
- ・ スピン温度について計算するかどうか選択できる
- ・ 現時点で自由に変更可能なパラメータ

f_* : baryonが星にconvertする割合

ζ_X : 太陽質量あたりのX-rayの数

$T_{vir,min}$: 最小ビリアル温度

R_{max} : ionizing photon のmean free path

ζ_{ion} : イオン化効率

ただし、これらのパラメータは時間、空間依存性を考えていない